

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

GABARITO

ENGENHARIA ELÉTRICA - 2018

Questão	Resposta
---------	----------

1
(8 pontos)

A) Correntes nominais: Corrente nominal do transformador trifásico: (1 ponto)

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}V_n}$$

Resfriamento ONAN: $S = 20$ MVA:

$$I_{AT} = I_1 = 20.000.000 / \sqrt{3} \times 88.000 = 131,2 \text{ A}$$

$$I_{BT} = I_2 = 20.000.000 / \sqrt{3} \times 13.200 = 874,5 \text{ A}$$

Resfriamento ONAF: $S = 25$ MVA:

$$I_{AT} = I_1 = 25.000.000 / \sqrt{3} \times 88.000 = 164 \text{ A}$$

$$I_{BT} = I_2 = 25.000.000 / \sqrt{3} \times 13.200 = 1093,5 \text{ A}$$

B) Curto circuito trifásico: Corrente de curto na AT é a mesma para os dois modos de resfriamento (2 pontos)

→ só depende da impedância equivalente em valor absoluto (ohm/fase).

$$S = 20 \text{ MVA} \rightarrow Z_{base} = V^2/S = 88.000^2/20.000.000 = 387,2 \Omega/f$$

$$Z_{eq} = 6\% = 0,06 \times 387,2 = 23,23 \Omega/f$$

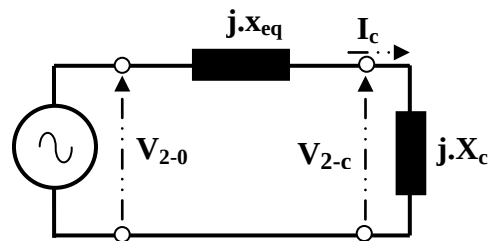
$$\rightarrow I_{CC-AT} = (88.000/\sqrt{3})/23,23 = 2.187 \text{ A} = 2,19 \text{ kA}$$

C) Tensão secundária para carga indutiva de valor 0,6 p.u. (resfriamento ONAF → $z_{eq} = 7,5\%$): (3 pontos)

Impedância de carga indutiva: $Z_c = j.X_c = j.1/0,6 = j.1,67$ p.u.

Impedância equivalente do transformador é predominantemente indutiva: $z_{eq} \approx x_{eq} = j.0,075$ p.u.

→ Impedância de carga e do transformador, em série, formam um divisor de tensão indutivo:

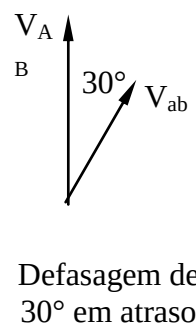
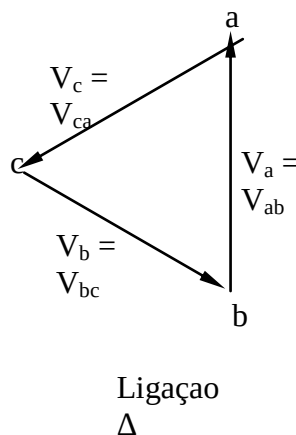
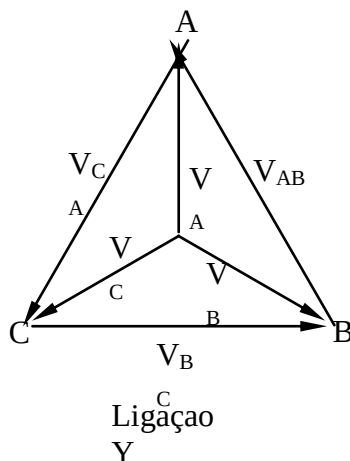


$$V_{2-c} = V_{2-0} \cdot [j.X_c / (j.X_c + j.X_{eq})] = 1,0 \times [j.1,67 / (j.1,67 + j.0,075)] = 1,67/1,745 = 0,957 \text{ p.u.}$$

$$\rightarrow V_{2-c} = 0,957 \times 13,2 = 12,63 \text{ kV}$$

→ Determinação exata não é possível pois não são conhecidas as componentes ativa e reativa da impedância equivalente do transformador

D) Diagrama fasorial e defasagem da ligação YNd1: (2 pontos)



Métodos de resfriamento:

ONAN: Óleo Natural – Ar Natural → Convecção interna do óleo natural (sifão térmico) e externa do ar natural

ONAF: Óleo Natural – Ar Forçado → Convecção interna do óleo natural e externa do ar forçada por meio de ventiladores

2
(8 pontos)

A) Corrente de excitação e Potências na condição de limite de estabilidade com 2,7 MW: (2 pontos)

Corrente de armadura nominal: $I_n = 4.000.000 / (\sqrt{3} \times 2.300) = 1.004 \text{ A}$

Corrente de excitação nominal: $140 \text{ Acc} \approx 1,67 \text{ p.u.}$ (ponto 2 na curva "V" de $P_{at} = 1,0 \text{ p.u.}$)

→ Excitação $1,0 \text{ p.u.} = 140 / 1,67 = 83,83 \text{ Acc}$ → condição de flutuação: $E_0 = V_n = 2.300 \text{ V}$

$P_{at-nominal} = S \cdot \cos\varphi = 4 \times 0,9 = 3,6 \text{ MW}$

$P_{at-gerada} = 2,7 \text{ MW} \rightarrow P_{at} = 2,7/3,6 = 0,75 \text{ p.u.}$

Limite de estabilidade estático: curva B

→ Ponto 1 na intersecção da curva B com a curva "V" de $P_{at} = 0,75 \text{ p.u.}$

→ Ponto 1: $I_{exc} \approx 0,61 \text{ p.u.} = 0,61 \times 83,83 \text{ Acc}$

→ $I_{exc} = 51,14 \text{ Acc}$

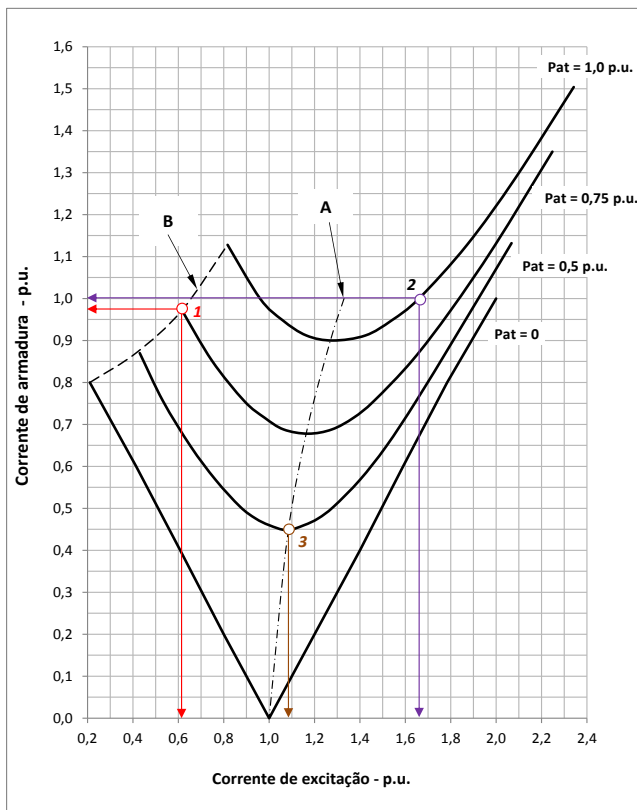
→ Ponto 1: $I_a \approx 0,97 \text{ p.u.} = 0,97 \times 1004 \text{ A}$
 $I_a = 943,8 \text{ A}$

→ Potência aparente: $S = \sqrt{3} \times 2.300 \times 943,8$

→ $S = 3.759.832 = 3.760 \text{ kVA}$

→ Potência reativa: $Q = \sqrt{(S^2 - P_{at}^2)}$

→ $Q = \sqrt{(3.760^2 - 2.700^2)} = 2.617 \text{ kVAr}$



B) Tensão terminal na rejeição de carga: (2 pontos)

A partir da condição nominal: $I_{exc} = 140 \text{ Acc} = 1,67 \text{ p.u.}$

Na rejeição de carga: $E'_0 = 1,67 \times E_0 = 1,67 \times 2.300 = 3.841 \text{ V} = 3,84 \text{ kV}$

C) Corrente de excitação para operação com meia carga e fator de potência unitário:

Ponto 3: valor mínimo da curva "V" de $P_{at} = 0,5 \text{ p.u.} \rightarrow I_{exc} \approx 1,09 \text{ p.u.} = 1,09 \times 83,83 \text{ A}$

→ $I_{exc} = 91,4 \text{ Acc}$

D) Corrente de curto permanente a partir da condição de carga nominal: $I_{cc} = (E'_0 / \sqrt{3}) / X_s$ (2 pontos)

Impedância de base: $Z_{base} = V^2/S = 2.300^2 / 4.000.000 = 1,32 \text{ } \Omega/\text{f}$

Reatância síncrona: $1,15 \text{ p.u.} = 1,15 \times 1,32 = 1,52 \text{ } \Omega/\text{f}$

→ $I_{cc} = (3.841 / \sqrt{3}) / 1,52 = 1.459 \text{ A}$

Significado da curva A : Pontos de excitação para os quais resulta a mínima corrente de armadura do gerador em cada condição de carga → linha onde a máquina opera sob fator de potência unitário. Pontos à direita, a máquina fornece potência reativa para a rede, operando como condensador síncrono. Pontos à esquerda, a máquina absorve potência reativa da rede, operando como indutor síncrono.

Significado da curva B: Define o limite de estabilidade estático da máquina síncrona operando em paralelo com a rede. Na operação em pontos à esquerda da curva B, a máquina está na iminência de perder o sincronismo com a rede.

3
(8 pontos)

A) Rotações síncrona e nominal para $s_n = 0,85\%$: (2 pontos)

N_n = rotação nominal em carga, com rotor curto circuitado

N_s = rotação síncrona - $s_n = 0,85\% = 0,0085$ p.u.

→ Rotação síncrona relacionada com N° de pares de polos: $f = p.n_s$

Rotação síncrona: $n_s = 60 / 7 = 8,57$ rps → $N_s = 8,57 \times 60 = 514,3$ RPM

Escorregamento: $s = (N_s - N_n) / N_s \rightarrow N_n = (1 - s_n) \cdot N_s$

Rotação nominal: $N_n = (1 - 0,0085) \times 514,3 = 509,9$ RPM

B) Torque nominal, corrente rotórica nominal e tensão do rotor: (2 pontos)

→ $C_n = P_{mec} / \omega_n = 450.000 / [(509,9/60) \times 2\pi] = 8.428 = 8,43$ kN.m

Sem perdas no estator: $P_{tr} = P_{mec} - p_{joule\ rotor} = P_{mec} - s \cdot P_{tr} \rightarrow P_{tr} = P_{mec} / (1 - s)$

Potência transferida ao rotor: $P_{tr} = 450 / (1 - 0,0085) = 453,9$ kW

→ $I_2 = P_{tr} / (\sqrt{3} \cdot V_2) = 453.900 / (\sqrt{3} \times 550) = 476,4$ A

→ $V_{2s} = s \cdot V_2 = 0,0085 \times 550 = 4,68$ V

C) Resistência externa R_1 para rotação N_1 correspondente a $s_1 = 15\%$: (2 pontos)

$C = \text{constante} \rightarrow C = P_{tr} / \omega_s \rightarrow P_{tr} = 3 \cdot (R_{1_{tot}}/s) \cdot (I_2)^2 = \text{constante} \rightarrow R_{1_{tot}}/s = \text{constante}$

→ $R_{1_{tot}} / s_1 = R_r / s_n \rightarrow R_{1_{tot}} = R_r \cdot s_1 / s_n = R_r \times 0,15 / 0,0085 = 17,65 \times R_r$

→ $R_{1_{tot}} = R_1 + R_r$

→ $R_1 = 17,65 \times R_r - R_r = 16,65 \times R_r$

D) Frequência do rotor e potência mecânica na condição 2 ($R_2 = 2 \cdot R_1$):

$R_2 = 2 \times R_1 \rightarrow R_{2_{tot}} = 2 \times R_1 + R_r = 2 \times 16,65 \times R_r + R_r = 34,3 \times R_r$

$s_2 = 34,3 \cdot s_n = 34,3 \times 0,0085 = 0,292$

→ $f_2 = s \cdot f_1 = 0,292 \times 60 = 17,52$ Hz

$C = \text{constante} \rightarrow P_{tr} = \text{constante} = 453,9$ kW

→ $P_{mec2} = (1 - s_2) \cdot P_{tr} = (1 - 0,292) \times 453,9 = 321,4$ kW

4
(8 pontos)

A) Equação literal do torque mecânico: (2 pontos)

Torque: $C(\theta) = 2 \cdot F(\theta) \cdot R$ onde $F(\theta)$ é a força em cada face do rotor

→ Sistema linear de simples excitação: $F(\theta) = \frac{1}{2} I^2 \cdot \frac{dL(\theta)}{d\theta}$ onde L é a indutância da bobina

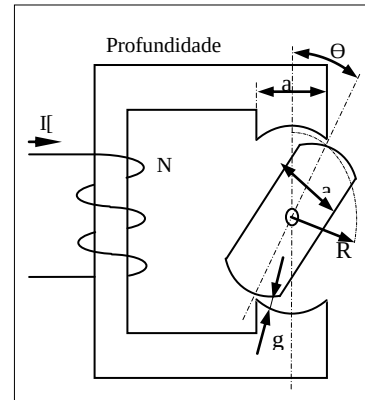
→ $L(\theta) = N^2 / K(\theta)$ - $K(\theta) = g / (\mu_0 \cdot R \cdot \theta \cdot b)$

→ $L(\theta) = N^2 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot \theta \cdot b / g$

$F(\theta) = \frac{1}{2} I^2 \cdot \frac{d(N^2 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot \theta \cdot b / g)}{d\theta}$

→ $F(\theta) = \frac{1}{2} (NI)^2 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot b / g$

→ $C = 2 \cdot [\frac{1}{2} (NI)^2 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot b / g] \cdot R = (NI)^2 \cdot \mu_0 \cdot R^2 \cdot b / g$



B) Torque mecânico para $I = 5A$: (2 pontos)

→ $I = 5 A$ → $C = (900 \times 5)^2 \times 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \times (0,05)^2 \times 0,1 / 0,002 = 3,18 N.m$

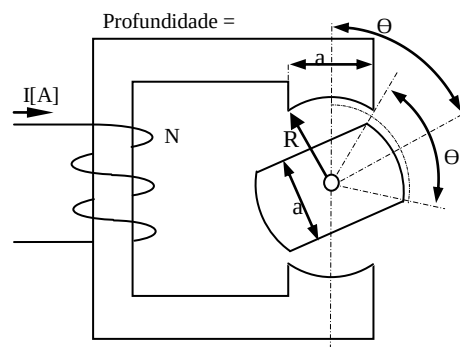
Faixa de ângulos em que o torque se manifesta: desde zero até que as arestas das extremidades do estator e do rotor se encontrem – região de validade da expressão do torque.

→ $(a / 2) / R = \sin(\theta_M / 2)$

→ $\theta_M = 2 \cdot \arcsin(a / 2 \cdot R)$

→ $\theta_M = 2 \cdot \arcsin[40 / (2 \times 50)] = 47,16^\circ$

→ $0^\circ < \theta < 47,16^\circ$



C) Densidade de fluxo no entreferro para $\theta = 0^\circ$:

Força magnetomotriz: $F_{mm} = N \cdot I = (B_g / \mu_0) \cdot 2 \cdot g$ - $I = 5A$ - $g = 2 mm$

→ $B_g = \mu_0 \cdot N \cdot I / 2 \cdot g = 4\pi \cdot 10^{-7} \times 900 \times 5 / (2 \times 0,002) = 1,41 T$

D) Indutância da bobina e energia armazenada: (2 pontos)

Indutância: $L = N^2 / K$ → $K = 2 \cdot g / (\mu_0 \cdot \theta_M \cdot R \cdot b)$ → $\theta_M = 47,16^\circ \times \pi / 180^\circ = 0,823 \text{ rd}$

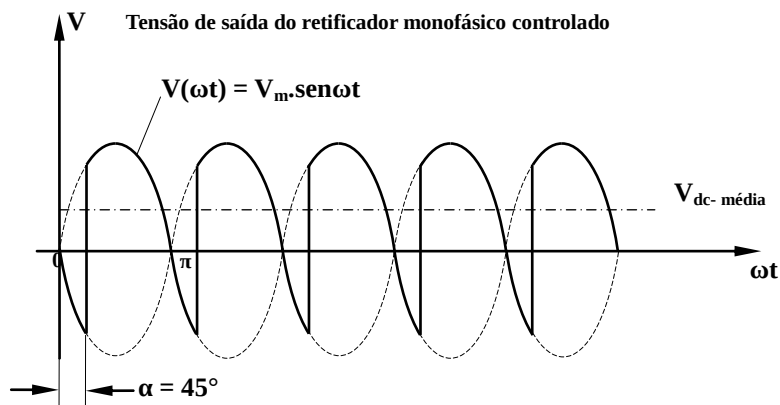
→ $L = N^2 \cdot \mu_0 \cdot \theta_M \cdot R \cdot b / 2 \cdot g = 900^2 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \times 0,823 \times 0,05 \times 0,1 / (2 \times 0,002) = 1,047 H$

Energia magnética armazenada: $W_{mag} = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \times 1,047 \times 5^2 = 13,09 J$

A energia magnética fica armazenada no entreferro, já que o material ferromagnético tem permeabilidade muito elevada.

5
(8 pontos)

A) Forma de onda da tensão nos terminais da máquina CC: (2 pontos)



B) Modos de operação e rotação em vazio da máquina para $\alpha = 45^\circ$: (2 pontos)

Tensão média contínua na saída do retificador controlado:

$$V_{dc} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} V_m \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot d(\omega t) = \frac{V_m}{\pi} [-\cos \omega t]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} V_{ef} \cdot \cos \alpha$$

$$= 0,9 \cdot V_{ef} \cdot \cos \alpha$$

- Modos de operação: $\alpha = 45^\circ$
- Ponte de tiristores opera como retificador ($0 < \alpha < 90^\circ \rightarrow$ retificador)
- Máquina CC opera no modo motor

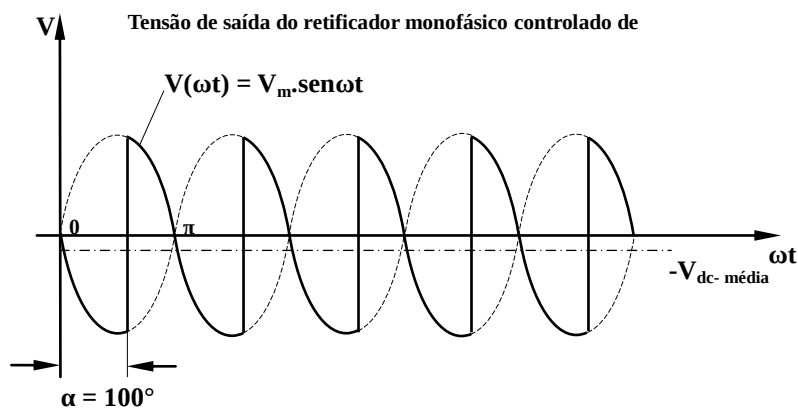
Tensão alternada de valor eficaz $V_{ef} = 220 \text{ Vac} \rightarrow V_{dc} = 0,9 \times 220 \times \cos 45^\circ = 140 \text{ Vcc}$

→ Rotação em vazio: $\omega = V_{dc} / k\phi = 140 / 0,72 = 194,4 \text{ rd/s} = (194,4 / 2\pi) \times 60 = 1856 \text{ RPM}$

→ Sentido de rotação: positivo conforme a figura do enunciado (+ ω)

C) Modo de operação para $\alpha = 100^\circ$: (2 pontos)

- Modos de operação: $\alpha = 100^\circ$
- Ponte de tiristores opera como inversor comutado pela rede ($90 < \alpha < 180^\circ \rightarrow$ inversor)
- Máquina CC opera no modo gerador



$\alpha = 100^\circ \rightarrow V_{dc} = 0,9 \times 220 \times \cos 100^\circ = -34,4 \text{ Vcc}$

D) Rotação para produzir torque no eixo = 10 N.m: (2 pontos)

- $\alpha = 100^\circ \rightarrow V = -34,4 \text{ Vcc} \rightarrow$ inversão da polaridade nos terminais da máquina
- Sentido de rotação: invertido em relação ao indicado na figura do enunciado (- ω)

Torque no eixo: $C = 10 \text{ N.m} \rightarrow C = k\phi I \rightarrow I = 10 / 0,72 = 13,9 \text{ A}$

Máquina operando no modo gerador: $V_{dc} = E - R \cdot I \rightarrow E = V_{dc} + R \cdot I = 34,4 + 0,3 \times 13,9 = 38,6 \text{ Vcc}$

→ $\omega = E / k\phi = 38,6 / 0,72 = 53,6 \text{ rd/s} = (53,6 / 2\pi) \times 60 = 512 \text{ RPM}$

6
(8 pontos)

a) (4 pontos)

$$P_{\text{mecânica 3 motores}} = 150 + 50 + 110 = 300 \text{ CV} = 300 \times 736 \text{ W} = 220800 \text{ W}$$

$$P_{\text{elétrica}} = 220800 / \text{rendimento} = 2208000 / 0,9 = 245333 \text{ W}$$

$$S = P_{\text{elétrica}} / \text{fator de potência} = 245333 / 0,85 = 288627 \text{ VA}$$

$$I_{\text{projeto}} = S / (1,73 \times V_{\text{linha}}) = 288627 / (1,73 \times 440) = 378,17 \text{ A}$$

$$I_{\text{corrigida}} = I_{\text{projeto}} / (F_{\text{agrupamento}} \times F_{\text{térmico}}) = 379,17(1 \times 1) = 379,17 \text{ A}$$

b) (2 pontos)

A bitola pelo critério de corrente basta consultar a tabela na coluna de instalação em trifólio e identificar a primeira corrente maior que a corrente corrigida e ler na horizontal a bitola em mm^2

O valor da capacidade de corrente é de 383 A e a bitola é de 120 mm^2

c) (2 pontos)

Para a queda de tensão podemos verificar se a bitola de 120 mm^2 atende o limite de 3% em 440 V. Consultando a tabela de queda de tensão para o cabo de 120 mm^2 temos uma queda de tensão unitária de 0,36 V/A Km cruzando a linha da bitola 120 mm^2 e a coluna de cabo instalado em trifólio

A queda de tensão percentual será dada por:

$$DV(\%) = [(0,36 \times I_{\text{projeto}} \times \text{Comprimento} / V_{\text{linha}})] \times 100 =$$

$$DV(\%) = [(0,36 \times 379,17 \times 0,1) / 440] \times 100$$

$DV(\%) = 3,1 > 3\%$ não atende o critério de tensão.
Devemos escolher a próxima bitola de 150 mm^2 .

$$DV(\%) = [(0,31 \times 379,17 \times 0,1) / 440] \times 100 = 2,67 < 3\%$$

7
(8 pontos)

a) (2 pontos)

Como $I_a = 100 \text{ A}$, $I_b = 80/\underline{-120^\circ} \text{ A}$ e $I_c = 60/\underline{120^\circ} \text{ A}$ então:

$$I_+ = 1/3 (1 \times I_A + \alpha \times I_b + \alpha^2 \times I_C)$$

$$I_+ = 1/3 (100 + 1/\underline{120^\circ} \times 80/\underline{-120^\circ} + 1/\underline{-120^\circ} \times 60/\underline{120^\circ})$$

$$I_+ = 1/3 (100 + 80 + 60) = 240/3 = 80 \text{ A}$$

b) (2 pontos)

$$I_0 = 1/3 (1 \times I_A + 1 \times I_B + 1 \times I_C) = 1/3 (100 + 80/\underline{-120^\circ} + 60/\underline{120^\circ}) =$$

$$I_0 = 1/3 (100 + 1/\underline{-120^\circ} \times 80/\underline{-120^\circ} + 1/\underline{120^\circ} \times 60/\underline{120^\circ})$$

$$I_0 = 1/3 (100 + 80/\underline{-240^\circ} + 60/\underline{240^\circ})$$

$$I_0 = 1/3 (100 + 80 \times (-0,5) + j 80 \times (0,866) + 60 \times (-0,5) + j 60 \times (-0,866))$$

$$I_0 = 1/3 (100 - 40 - 30 + j69,28 - j 51,96) = 1/3 (30 + j17,32) = (34,64/3)/\underline{30^\circ} \text{ A}$$

$$I_0 = 11,54/\underline{30^\circ} \text{ A}$$

c) (2 pontos)

$I_+ = 80 > 10 \text{ A}$ então o relé de sequência negativa atuará

d) (2 pontos)

$I_0 = 11,54 < 25 \text{ A}$ o relé de sequência zero não atuará

<p>8 (8 pontos)</p>	<p>a) (6 pontos)</p> $IAB = 220 / ZAB = 220 / 100 = 2,2 \text{ A}$ $IBC = 220 / \underline{-120^\circ} / ZBC = 220 / \underline{-120^\circ} / 50 = 4,4 / \underline{-120^\circ} \text{ A}$ $ICA = 220 / \underline{120^\circ} / ZCA = 220 / \underline{120^\circ} / 100 = 2,2 / \underline{120^\circ} \text{ A}$ $IA = IAB - ICA = 2,2 - 2,2 / \underline{120^\circ} = 2,2 - (2,2 \times (-0,5) + j 2,2 \times 0,866) = 2,2 -1,1 + j 1,90$ $IA = 1,1 + j 1,9 = 2,19 / \underline{60^\circ} \text{ A}$ $IB = IBC - IAB = 4,4 / \underline{-120^\circ} - 2,2 = 4,4 \times (-0,5) + j 4,4 \times (-0,866) - 2,2 = -4,4 - j 3,8$ $IB = 5,81 / \underline{-139,18^\circ} \text{ A}$ $IC = ICA - IBC = 2,2 / \underline{120^\circ} - 4,4 / \underline{-120^\circ} = -1,1 - j1,9 + 2,2 + j 3,8 = 1,1 + j1,9 = 2,2 / \underline{60^\circ} \text{ A}$ <p>b) (2 pontos)</p> $S = SAB + SBC + SCA$ $S = VAB \times IAB^* + VBC \times IBC^* + VCA \times ICA^*$ $S = 220 \times 2,2 + 220 / \underline{-120^\circ} \times 4,4 / \underline{120^\circ} + 220 / \underline{120^\circ} \times 2,2 / \underline{-120^\circ}$ $S = 484 + 968 / \underline{120^\circ} + 484 = 968 + 968 / \underline{120^\circ}$ $S = 968 + 968 (\cos(120^\circ) + j \sin(120^\circ)) = 968 + (-484) + j 838 = 484 + j 838$ $S = 968 / \underline{60^\circ} \quad VA = 484 + j838$ $P = 484 \text{ W e } Q = 838 \text{ VAR}$
-------------------------	--

9
(8 pontos)

a) (4 pontos)

Transformando em Laplace

$$ys^2 + y5s + 6y = sx$$

Portanto

$$sx = y(s^2 + 5s + 6)$$

Portanto

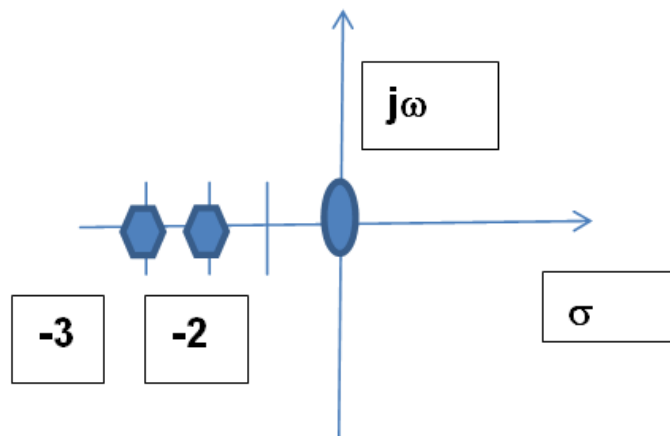
$$y/x = s / (s^2 + 5s + 6)$$

ou ainda

$$y/x = s / [(s + 3)(s + 2)]$$

b) (1 ponto)

Os polos são -3 e -2 e o zero é 0



c) (1 ponto)

O sistema é estável pois os polos são reais e negativos

d) (2 pontos)

A resposta para um degrau será

$$Y = (1/s) \times s / [(s + 3)(s + 2)] = 1 / [(s + 3)(s + 2)]$$

Anti-transformando para o domínio do tempo

$$y(t) = 1/(3-2) \times (e^{-2t} - e^{-3t}) = e^{-2t} - e^{-3t}$$

10
(8 pontos)

a) (3 pontos)

$$P \text{ elétrica do motor} = (20 \times 736)/0,9 = 16355 \text{ W}$$

$$S \text{ motor} = 16355/0,85 = 19241 \text{ VA}$$

$$\cos(\phi) = P / S = 0,85 \text{ logo } \phi = \arccos(0,85) = 32^\circ$$

$$Q = S \times \sin(\phi) = 19241 \times 0,52 = 10005 \text{ Var}$$

Para o forno

$$P \text{ forno} = 10 \text{ kW e } Q \text{ forno} = 0$$

$$S \text{ forno} = P \text{ forno} = 10 \text{ kVA}$$

b) (3 pontos)

$$I \text{ motor} = S / (1,73 \times 440) = 19241 / (1,73 \times 440) = 25,27 \text{ A}$$

$$I \text{ motor} = 25,27 / \underline{-32^\circ} \text{ A}$$

$$I \text{ forno} = 10000 / (1,73 \times 440) = 13,13 \text{ A}$$

$$I \text{ total} = I \text{ forno} + I \text{ motor} = 13,13 + 25,27 \times \cos(-32^\circ) + j 25,27 \times \sin(-32^\circ)$$

$$I \text{ total} = 13,13 + 21,43 - j13,39 = 34,56 - j13,39 = 37,06 / \underline{-21,17^\circ} \text{ A}$$

c) (2 pontos)

$$P \text{ conjunto} = 10000 + 16355 = 26355 \text{ W}$$

$$Q \text{ conjunto} = 10005 \text{ VAR}$$

$$\phi \text{ conjunto antes} = \arctan(Q \text{ conjunto} / P \text{ conjunto}) = 20,78^\circ$$

$$\cos(\phi \text{ conjunto}) = 0,935 \text{ (fator de potência)}$$

Para passar para um fator de potência de 0,95 devemos instalar um banco de capacitores de

$$\phi \text{ conjunto depois} = \arccos(0,95) = 18,2^\circ$$

$$Q \text{ banco de capacitores} = P \text{ conjunto} \times (\tan(\phi \text{ conjunto antes}) - \tan(\phi \text{ conjunto depois}))$$

$$Q \text{ banco de capacitores} = 26355 \times (\tan(20,78^\circ) - \tan(18,2^\circ))$$

$$Q \text{ banco de capacitores} = 26355 \times (0,379 - 0,328) = 1344 \text{ Var} = 1,34 \text{ kVAr}$$