

MARINHA DO BRASIL  
DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA DO BRASIL

GABARITO DESENVOLVIDO

CP-CEM/ 2020 ENGENHARIA NUCLEAR

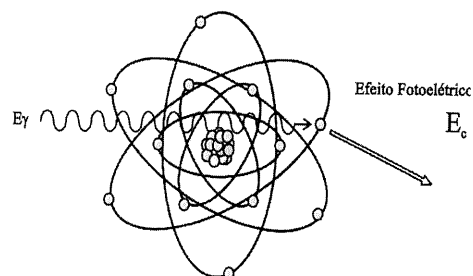
1ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (2 pontos)

**Efeito fotoelétrico** – É caracterizado pela transferência total da energia da radiação X ou gama (que desaparece) a um único elétron orbital, que é expelido com uma energia cinética  $E_c$  bem definida.

Critério de correção:

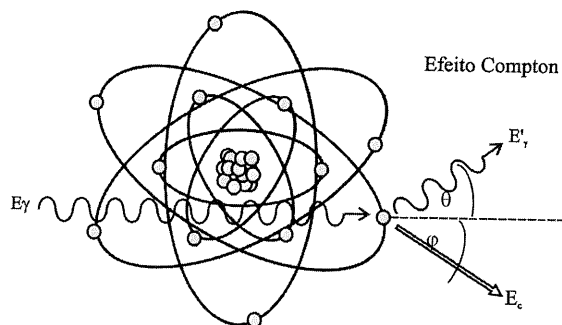
O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém 0,6 ponto.



**Efeito Compton** – Neste o fóton é espalhado por um elétron de baixa energia de ligação, que recebe somente parte de sua energia, mudando sua direção e com menor energia. Como a transferência de energia depende da direção do elétron emergente e esta é aleatória, um fóton de energia fixa pode resultar em elétrons com energia variável, com valores de zero até um valor máximo.

Critério de correção:

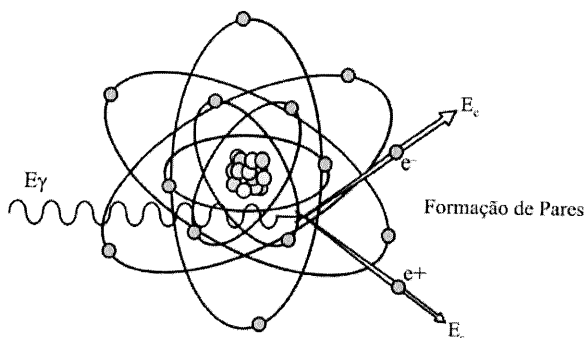
O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 0,70 ponto.



**Produção de par** - Este efeito ocorre quando fótons de energia superior a 1,022 MeV passam perto de núcleos de número atômico elevado, interagindo com o forte campo elétrico nuclear. Nesta interação, a radiação desaparece e dá origem a um par elétron-pósitron ( $2mc^2 = 1,022 \text{ MeV}$ ).

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 0,70 ponto.



b) (2 pontos)

**Região I** – Efeito Fotoelétrico (0,60 ponto)

**Região II** – Efeito Compton (0,70 ponto)

**Região III** – Produção de pares (0,70 ponto)

c) (2 pontos)

**Espalhamento elástico Potencial:** neste caso não há absorção do nêutron e formação de núcleo composto. O nêutron interage com o campo potencial do núcleo e é espalhado. A

energia cinética total do sistema é preservada. A energia cinética do nêutron incidente é dividida entre o núcleo que recua e o nêutron espalhado:  ${}_0^1n + {}_Z^AX \rightarrow {}_0^1n + {}_Z^AX$

**Espalhamento Inelástico:** o nêutron incidente possui uma energia cinética no centro de massa muito próxima da diferença entre a energia de ligação do núcleo composto e um nível de excitação desse núcleo. O nêutron é absorvido, formando um núcleo composto num estado excitado. Ao decair, o núcleo composto emite um nêutron e um ou mais fótons  $\gamma$ . A energia cinética do nêutron incidente é dividida entre a energia cinética do nêutron espalhado, a energia cinética do núcleo que recua e a energia dos fótons  $\gamma$  emitidos:  ${}_0^1n + {}_Z^AX \rightarrow {}_Z^{A+1}X^* \rightarrow {}_0^1n + {}_Z^AX + n\gamma$ .

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 0,50 ponto.

**Captura radiativa:** o nêutron incidente possui uma energia cinética no centro de massa muito próxima da diferença entre a energia de ligação do núcleo composto e um estado excitado do núcleo composto. O nêutron é absorvido, é formado um núcleo composto num estado excitado. Não há emissão de nêutron (eis a diferença para o espalhamento inelástico), a energia de excitação do núcleo formado pela absorção do nêutron é dissipada pela emissão de fótons  $\gamma$ :  ${}_0^1n + {}_Z^AX \rightarrow {}_Z^{A+1}X^* \rightarrow {}_Z^{A+1}X + n\gamma$ .

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 0,50 ponto.

**Fissão:** o nêutron incidente é absorvido, há formação de um núcleo composto excitado. O núcleo composto se divide em dois outros núcleos menos instáveis, há emissão de nêutrons e fótons  $\gamma$ . Ao fissionar a energia resultante está distribuída entre as energias cinéticas dos núcleos dos produtos de fissão, dos nêutrons emitidos e fótons  $\gamma$  emitidos:  ${}_0^1n + {}_Z^AX \rightarrow {}_Z^{A+1}X^* \rightarrow {}_Z^{A+1-a}Y + {}_Z^{A+1-c}Z + k{}_0^1n$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 0,50 ponto.

d) (2 pontos)

Espalhamento Inelástico

2ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (3 pontos)

$$\dot{A}readoEc = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04m^2$$

$$\dot{A}readoNúcleo = 0,04 \cdot 225 = 9$$

$$\dot{A}readoNúcleo = \frac{\pi D_{eq}^2}{4} = 9D_{eq} = 2\sqrt{3}m$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 1,5 ponto.

$$Q''' = \frac{\dot{Q}}{V} = \frac{3600}{9 \cdot 4} = 100 Mw/m^3$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 1,5 ponto.

b) (3 pontos)

$$q' = \frac{\gamma \cdot \dot{Q}}{N \cdot n \cdot l} = \frac{0,90 \cdot 3600}{225 \cdot 236 \cdot 4} = \frac{3240}{212400} = 15,25 \text{ kW/m}$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 1,5 ponto.

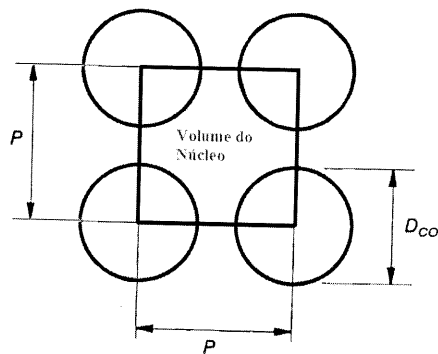
$$q'' = \frac{\gamma \cdot \dot{Q}}{N \cdot n \cdot l \cdot \pi \cdot D} = \frac{q'}{\pi \cdot D} = \frac{15,25}{3 \cdot 0,009} = 0,564 \text{ MW/m}^2$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 1,5 ponto.

c) (2 pontos)

$$Q''' = \frac{\dot{Q}}{V_{\text{nucleo}}} \text{ sendo } \dot{Q} = V_{\text{pastilha}} \cdot q'''$$



$$Q''' = \frac{V_{\text{pastilha}}}{V_{\text{nucleo}}} \cdot q''' = \frac{4 \cdot \pi R_{fo}^2 / 4 \cdot dz}{P^2 \cdot dz} \cdot q''' = \frac{\pi R_{fo}^2}{P^2} \cdot q''' = \frac{q'}{P^2}$$

### 3ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (2 pontos)

1. Reatividade positiva, devido a material físsil existente no núcleo. (0,6 ponto)
2. Reatividade negativa, inserida pelos produtos de fissão (Xenônio e Samário principalmente). (0,7 ponto)
3. Reatividade negativa, devido a variação de temperatura (Doppler e coeficiente do moderador). (0,7 ponto)

b) (2 pontos)

No começo da operação do reator, é necessário ter um excesso de reatividade para evitar que qualquer oscilação desligue o reator. Com a queima do combustível, esse excesso diminui, ou seja, o urânio 235 é fissionado e diminui a contribuição positiva de reatividade, e, portanto, a reatividade total do núcleo diminui ao longo da operação.

c) (2 pontos)

Diminui. O boro atua como elemento absorvedor de nêutrons dentro do núcleo do reator, ou seja, conforme a queima do combustível ocorre, torna-se necessário diminuir a quantidade de boro, pois a mesma concentração de boro para uma quantidade menor de U235 tornaria o reator subcrítico, e, portanto, desligaria o reator nuclear. (2 pontos)

d) (2 pontos)

A função do veneno queimável é prover um excesso de reatividade negativa ao núcleo, para compensar a reatividade positiva do material fissil. Ao longo da irradiação, com a queima do material fissil, o material absorvedor deve ser também queimado (ou seja, há uma transmutação do nuclídeo ao absorvedor de nêutron), de forma que haja uma compensação de reatividade positiva e negativa. O veneno queimável também é utilizado para homogeneizar a distribuição de potência do núcleo. Os materiais absorvedores para essa função podem estar em componentes definidos como Veneno Queimável ou podem estar diluídos no próprio material combustível.

4ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (2 pontos)

$$X = \frac{\Gamma \cdot A \cdot t}{d^2} = \frac{12,97 \cdot 10^7 \cdot 3/60}{(200)^2} = \frac{3,891 \cdot 10^8}{2,4 \cdot 10^6} = 162,125R$$

b) (2 pontos)

$$D_{ar} = X \cdot 0,00876(Gy) = 1,420Gy$$

c) (2 pontos)

$$D_{tumor} = 1,420 \cdot 1,10 = 1,562Gy$$

d) (2 pontos)

A atividade da fonte diminui durante o tempo em que ficou guardada, portanto, seria necessário aumentar o tempo de exposição no novo exame ou diminuir a distância entre o paciente e a fonte.

– Solução considerando o aumento de tempo

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = 10 \cdot e^{\frac{-0,693}{5,26} \cdot 10} = 10 \cdot 0,268 = 2,68kCi$$

$$t = \frac{X \cdot d^2}{\Gamma \cdot A} = \frac{162,125 \cdot (200)^2}{12,97 \cdot 2,68 \cdot 10^6} = \frac{6,485 \cdot 10^6}{3,475 \cdot 10^7} = 0,186horas = 11,20minutos$$

Ou

– Solução considerando a diminuição da distância entre a fonte e o paciente

$$d^2 = \frac{\Gamma \cdot A \cdot t}{X} = \frac{12,97 \cdot 2,68^6 \cdot 3}{60 \cdot 162,125} = \frac{1,042 \cdot 10^8}{9,727 \cdot 10^3} = 1,07110^4d = 103,5cm$$

5ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (1,5 ponto)

$$-D^2\phi(x) + \Sigma a\phi(x) = S\phi\delta(x)$$

$D^2\phi(x) \rightarrow$  termo relacionado a fuga líquida de nêutrons

$\Sigma a\phi(x) \rightarrow$  termo relacionado a absorção de nêutrons

$S\phi\delta(x) \rightarrow$  termo relacionado a produção de nêutrons

Critério de correção:

O candidato obtém mais 0,5 ponto por cada item acima.

b) (3 pontos)

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\phi(x) = 0, X \neq 0$$

onde  $\phi(x) \rightarrow$  Fluxo de nêutrons; e  
 $L^2 = D / \Sigma_a \rightarrow$  Comprimento da difusão de nêutron ao quadrado. (3 pontos)

c) (2 pontos)

Como  $\Delta = 1/L^2$  é maior que zero e com raízes  $\pm 1/L$ . A solução geral da equação diferencial de segunda ordem (2) será do tipo:

$$\phi(x) = A \cdot \exp(-x/L) + B \cdot \exp(x/L)$$

Aplicando a primeira condição de contorno, temos que quando  $x$  vai para infinito o primeiro termo da equação (3) vai pra zero e o segundo termo vai para infinito, entretanto a condição de contorno exige uma solução real, e portanto, a única forma de satisfazer essa condição é  $B$  sendo igual a zero.

Aplicando a segunda condição de contorno, tem-se:

$$\frac{d\phi(x)}{dx} = -A/L \cdot \exp(-x/L) = \frac{-S_0}{2D} \text{ Aplicando o limite com } x \text{ indo para zero.}$$

$$A = \frac{S_0 L}{2D}$$

Logo o fluxo de nêutrons será:

$$\phi(x) = \frac{S_0 L}{2D} \cdot \exp(-x/L) \text{ para } x > 0$$

$$\phi(x) = \frac{S_0 L}{2D} \cdot \exp(x/L) \text{ para } x < 0$$

$$\phi(x = 0) = S_0$$

6ª QUESTÃO (8 pontos)

$k=1 \rightarrow$  Buckling Material é igual ao Buckling Geométrico

$$\left( \frac{\nu \Sigma_f - \Sigma_a}{D} \right) = 3 \left( \frac{\pi}{a} \right)^2$$

$$a = \pi \sqrt[3]{\left( \frac{3D}{\nu \Sigma_f - \Sigma_a} \right)}, \text{ mas } D = \left( \frac{1}{3 \Sigma_{tr}} \right)$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 2 pontos.

logo:

$$a = \pi \sqrt[3]{\left( \frac{1}{\Sigma_{tr} (\nu \Sigma_f - \Sigma_a)} \right)}$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 2 pontos.

Substituindo-se os valores:

$$a = \pi \sqrt[3]{\left(\frac{1}{0.5}\right)} \\ a \approx 31,4 \text{ cm}$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 4 pontos.

7ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (1,6 ponto)

$\frac{\partial n}{\partial t}$  Derivada da densidade de nêutrons em função do tempo, isso significa a contabilidade de nêutrons contando os ganhos no volume de controle e as perdas nesse volume de controle V, considerado todos os possíveis fenômenos.

b) (1,6 ponto)

$v\hat{\Omega} \cdot \nabla n$  Perda líquida de nêutrons. É o número de nêutrons que saem do volume V menos o número de nêutrons que entram no volume V;

c) (1,6 ponto)

$v\Sigma_t n(r, E, \hat{\Omega}, t)$  **Perda de nêutrons devido a colisão em um volume V.**

d) (1,6 ponto)

$\int_{4\pi} d\hat{\Omega} \int_{4\pi}^{\infty} dv' \sum_s (E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) n(r, E', \hat{\Omega}', t)$  - Esse termo contabiliza os nêutrons que estavam com outras energias E' e outras direções  $\hat{\Omega}'$ , ao sofrerem espalhamento, dentro do elemento de volume V considerado, passam a ter energia E e a ter direção  $\hat{\Omega}$ .

e) (1,6 ponto)

$s(r, E, \hat{\Omega}, t)$  - Termo que contabiliza nêutrons oriundos de fonte de nêutrons.

8ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (1 ponto)

$$\frac{F}{P} = \frac{x_p - x_w}{x_f - x_w} \rightarrow \frac{F}{P} = \frac{0.03 - 0.002}{0.00711 - 0.002} \rightarrow \frac{F}{P} = 5,479$$

F-W=P, logo:

$$\frac{W}{P} = \frac{x_p - x_f}{x_f - x_w} \rightarrow \frac{W}{P} = \frac{0.03 - 0.00711}{0.00711 - 0.002} \rightarrow \frac{W}{P} = 4,479$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém mais 1 ponto.

Como,

$$SF = UTS/Pe$$

$$UTS = [P.V(x_p) + W.V(x_w) - F.V(x_f)], \text{ assim:}$$

$$SF = [V(x_p) + \frac{W}{P}V(x_w) - \frac{F}{P}V(x_f)]$$

$$x_p = 0,03 \rightarrow V(x_p) = (1 - 2x_p) \cdot \ln\left(\frac{1-x_p}{x_p}\right) \rightarrow V(0,03) = [1 - 2 \cdot (0,03)] * \ln\left(\frac{1-0,03}{0,03}\right)$$

$$V(0,03) = [1 - 2 \cdot (0,03)] * \ln(32,33) \rightarrow V(0,03) = 3,268$$

$$x_f = 0,00711 \rightarrow V(x_f) = (1 - 2x_f) \cdot \ln\left(\frac{1-x_f}{x_f}\right) \rightarrow$$

$$V(0,00711) = [1 - 2(0,00711)] \cdot \ln\left(\frac{1-0,00711}{0,00711}\right)$$

$$V(0,00711) = [1 - 2(0,00711)] \cdot \ln(139,65) \rightarrow V(0,00711) = 4,869$$

$$x_w = 0,002 \rightarrow V(x_w) = (1 - 2x_w) \cdot \ln\left(\frac{1-x_w}{x_w}\right) \rightarrow$$

$$V(0,002) = [1 - 2(0,002)] \cdot \ln\left(\frac{1-0,002}{0,002}\right)$$

$$V(x_w) = [1 - 2(0,002)] \cdot \ln(499) \rightarrow V(0,002) = 6,188$$

$$SF = [V(0,03) + \frac{W}{P}V(0,002) - \frac{F}{P}V(0,00711)]$$

$$SF = [3,268 + 4,479 \times 6,188 - 5,479 \times 4,869] \rightarrow SF = 4,307$$

$$PE = (PU + PC) \frac{F}{P} + PS.SF$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, recebe 4 pontos.

Do enunciado:

$$PU = R\$ 600/\text{kg}$$

$$PC = R\$ 48/\text{kg}$$

$$PS = R\$ 440$$

$$\text{Do item a, } SF = 4,307$$

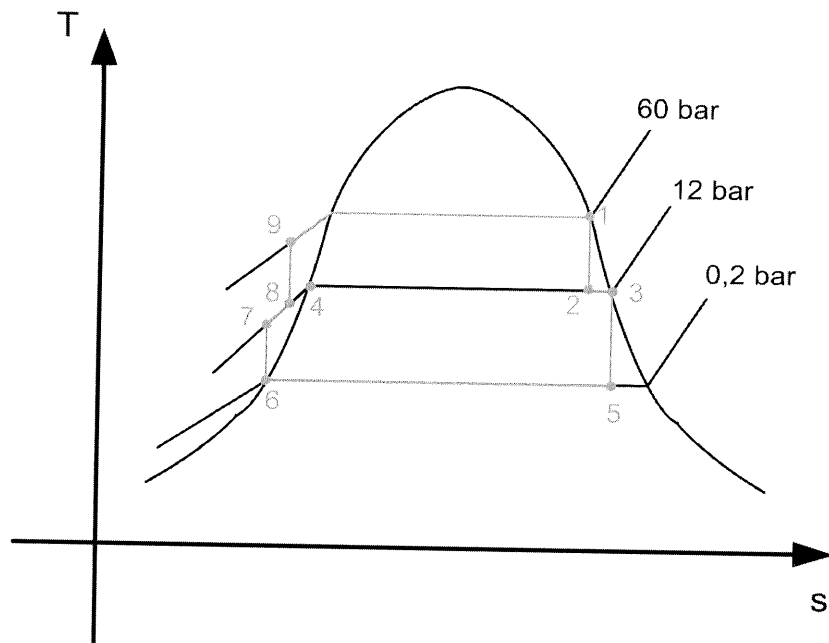
Desta forma:

$$PE = (600 + 48) \times 5,479 + 440 \times 4,307$$

$$PE = R\$ 5445,47 \text{ por kilograma de urânio produzido. (2 pontos)}$$

9ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (3 pontos)



b) (1 ponto)

No estado 2:

$$s_2 = s_1 = 5.890 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_2 = s_l + x_2(s_v - s_l)$$

$$x_2 = 0.853$$

$$h_2 = h_l + x_2(h_v - h_l)$$

$$h_2 = 2493 \text{ kJ/kg}$$

No estado 5:

$$s_5 = s_3 = 6.522 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_5 = s_l + x_5(s_v - s_l)$$

$$x_5 = 0.804$$

$$h_5 = h_l + x_5(h_v - h_l)$$

$$h_5 = 2147 \text{ kJ/kg}$$

Critério de correção:

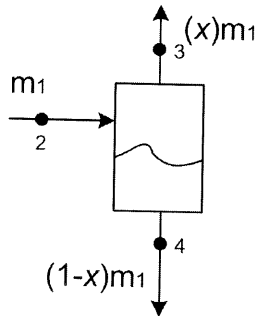
O candidato que chegar até aqui, obtém mais 1 ponto.

Balanco de massa do separador de umidade:



No estado 5:

Balço de massa do separador de umidade:



Verifica-se que a parte  $(x) m_1$  passa pela turbina e é condensado no condensador.

Desta forma, a eficiência térmica:

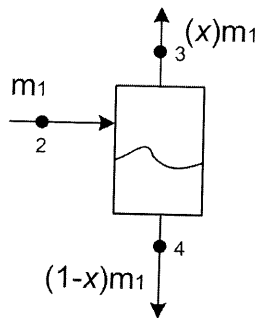
$$\eta_{\text{ciclo}} = \frac{W_{\text{liq}}}{Q_h} = 1 - \frac{Q_l}{Q_h}$$

$$\eta_{\text{ciclo}} = 1 - \frac{\dot{m}(x_2)(h_5 - h_6)}{\dot{m}(h_1 - h_9)}$$

$$\eta_{\text{ciclo}} = \mathbf{34\%}$$

c) (1 ponto)

A partir do balanço de massa no separador de umidade:



A massa extraída em 4:

$$\dot{m}_4 = (1 - x_2)\dot{m}_1$$

Utilizando a potência do Reator :

$$Q_{19} = \dot{m}_1(h_1 - h_9)$$

$$\dot{m}_1 = 408.7 \text{ kg/s}$$

Logo,  $\dot{m}_4 = (1 - x_2)\dot{m}_1 = \mathbf{60,1 \text{ kg/s}}$

10ª QUESTÃO (8 pontos)

Número de desintegrações de A

$$N_A = N_A(0)\exp(-\lambda_A t)$$

Taxa de desintegrações de A

$$\frac{d}{dt} N_A = -(-\lambda_A N_A(0)\exp(-\lambda_A t)) = \lambda_A N_A$$

Taxa de desintegrações de B (= A-B)

$$\frac{d}{dt} N_B = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B$$

$$\frac{d}{dt} N_B = \lambda_A N_A(0)\exp(-\lambda_A t) - \lambda_B N_B$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém 4 pontos

Aplicando o Método do Fator Integrante,  $F = \exp(\lambda_B t)$

$$\frac{d}{dt} (N_B \exp(-\lambda_B t)) = \lambda_A N_A(0)\exp(-\lambda_A t)\exp(\lambda_B t)$$

Arranjando os termos

$$\frac{d}{dt} (N_B \exp(\lambda_B t)) = \lambda_A N_A(0)\exp(\lambda_B - \lambda_A)t$$

Integrando e sabendo que no instante inicial, admite-se que não foi formado B,  
 $N_B(0) = 0$

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A(0) [\exp(\lambda_B t) - \exp(\lambda_A t)]$$

Critério de correção:

O candidato que chegar até aqui sem erros, obtém 4 pontos